

Sferyczne układy współrzędnych

Kacper Gajda

Astroclass

1 Wstęp

Opisywanie ruchów obiektów na niebie w kartezjańskim układzie współrzędnych* jest niewygodne. Z tego powodu do opisu ruchów i położenia obiektów na niebie używa się sferycznych układów współrzędnych. Dzięki poniższej lekcji uczniowie dowiedzą się, czym są i jakie są ich własności.

Spis treści

1 Wstęp	1
2 Idea sferycznych układów współrzędnych	2
2.1 Układ współrzędnych geograficznych	2
2.1.1 Własności układu	2
3 Układ współrzędnych horyzontalnych	3
3.1 Własności układu	4
4 Układ współrzędnych równikowych równonocnych	5
4.1 Własności układu	5
5 Zadania	6
6 Dodatek - montaż paralaktyczny	7
7 Źródła	7

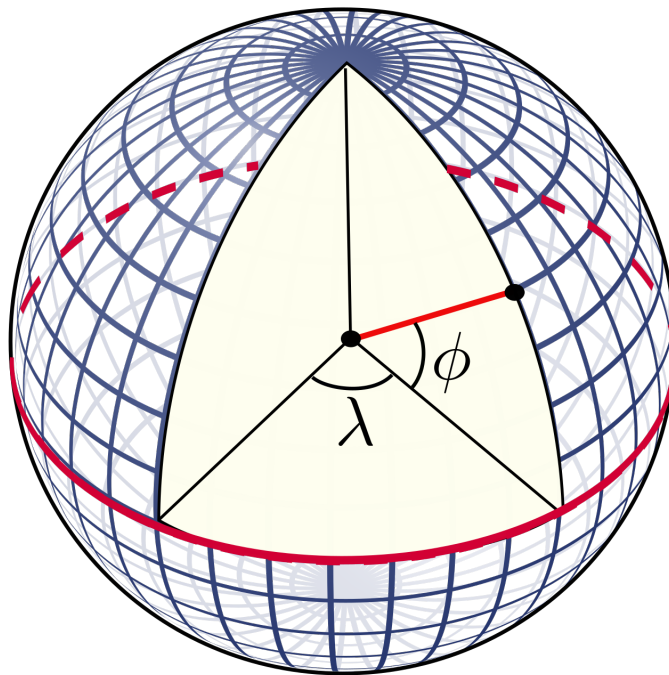
* Jednym z przykładów układu kartezjańskiego jest ten, który uczniowie poznają w klasie 5. Składa się z dwóch prostopadłych osi: x i y .

2 Idea sferycznych układów współrzędnych

Celem sferycznego układu współrzędnych jest opisanie położenia punktów na sferze, czyli powierzchni kuli. W układzie kartezjańskim do opisu położenia punktów możemy użyć dowolnych jednostek, w układach sferycznych nie mamy tej swobody i używamy kątów. Na sferze wyznaczone są dwa szczególne punkty – bieguny, które znajdują się po dwóch różnych stronach sfery, co oznacza, że gdyby stanąć na jednym z biegunów i kopać bezpośrednio pod sobą, można by się dokopać na drugi biegun. Pomiędzy biegunami, po sferze, poprowadzone są linie, nazywane południkami. W poprzek południków leżą równoleżniki, a najdłuższy z nich nazywany jest równikiem.

2.1 Układ współrzędnych geograficznych

Dobrze znanym, na tym etapie edukacji, przykładem sferycznego układu współrzędnych jest układ współrzędnych geograficznych. Dzięki niemu możemy opisać położenie punktów na Ziemi, np. Planetarium w Chorzowie (50.2906° N, 18.9920° E).



autor: Peter Mercator

Rysunek 1: Układ współrzędnych geograficznych

2.1.1 Własności układu

- Szerokość geograficzna (φ^*) – kąt pomiędzy punktem a równikiem mający swój wierzchołek w środku Ziemi.

Widać zatem, że zakres szerokości to od -90° do 90° . Punkt leżący na równiku ma oczywiście $\varphi = 0^\circ$, natomiast bieguny: północny $\varphi = 90^\circ$, a południowy $\varphi = -90^\circ$. Równik dzieli Ziemię na półkulę północną i południową. W geografii zwykle pomija się minus i dodaje do liczby litery N lub S. Literą S oznaczamy punkty na półkuli południowej (ang. South), a literą N - na półkuli północnej (ang. North).

- Długość geograficzna (λ^{**}) – kąt pomiędzy południkiem Greenwich^{***} a południkiem, na którym leży badany punkt. Granicą, do której liczona jest długość, jest południk po przeciwnej stronie

* fi

** lambda

*** Południk 0° przechodzący przez dzielnicę Londynu - Greenwich.

kuli ziemskiej (południk 180°), zatem zakres długości to od -180° do 180° . Podobnie jak przy szerokości, przyjęło się oznaczanie długości literą λ . Wszystkie punkty na zachód od Greenwich oznaczamy literą W, a na wschód – literą E.

3 Układ współrzędnych horyzontalnych

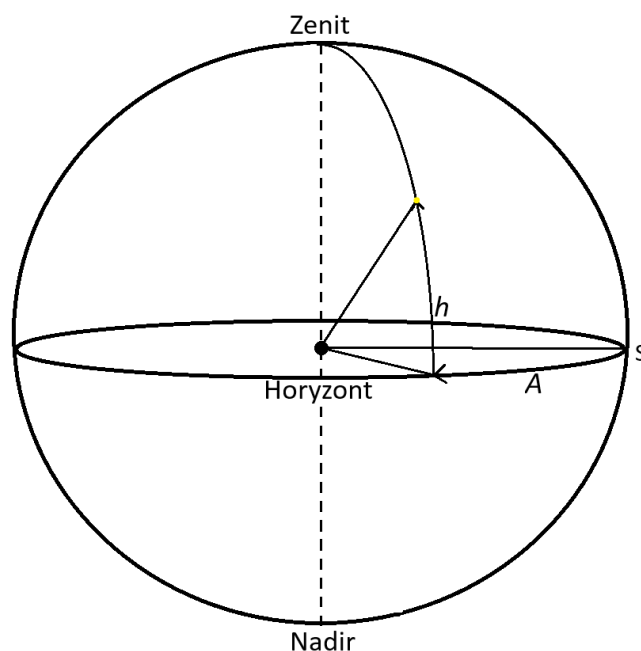
Układ współrzędnych horyzontalnych jest podobny do układu geograficznego, z tą różnicą, że sferą opisaną na układzie jest niebo, a nie powierzchnia Ziemi. Można wyobrazić sobie taką sytuację:

Kasia obserwuje niebo na rozległej, płaskiej polanie o znanych współrzędnych, prowadząc dziennik obserwacji. Nagle, na krótki czas, na niebie pojawia się bardzo jasny obiekt. Kasia chce udokumentować obserwację, a do tego potrzebuje współrzędnych obiektu. Ma przy sobie kompas i teleskop z kątomierzem prostopadłym do powierzchni Ziemi.

W celu znalezienia współrzędnych obiektu Kasia kieruje na niego swój teleskop i odczytuje z kątomierza kąt pomiędzy tubą teleskopu a powierzchnią Ziemi. Tak wyznaczyła wysokość obiektu. Aby znaleźć drugą współrzędną, Kasia korzysta ze swojego kompasu – ustawia się na wprost geograficznego południa, a potem obraca się zgodnie z kierunkiem wskazówek zegara, aż jej ręka i obiekt na niebie znajdą się w jednej linii. Z podziałki, w którą wyposażony jest kompas, Kasia odczytuje kąt zakreślony przez igłę magnetyczną pomiędzy południem a obiektem. Właśnie znalazła jego azymut. Kasia mierzy także czas widoczności obiektu na niebie.

To jeden z wielu przykładów zastosowania horyzontalnego układu współrzędnych, który jest prostym systemem opisywania położenia obiektów na sferze niebieskiej.

Po obserwacji Kasia zadzwoniła do swojego kolegi z Wielkiej Brytani, który także zaobserwował ten obiekt, w dokładnie taki sam sposób. Okazało się, że oboje dostali całkowicie różne wyniki. Czy któreś z nich popełniło błąd? Ależ nie! Oboje dostali poprawne współrzędne (choć z pewną niepewnością pomiarową). Horyzontalny układ współrzędnych charakteryzuje się tym, że współrzędne obiektów na niebie nie są takie same dla każdego miejsca na Ziemi.



Autor: Kacper Gajda

Rysunek 2: Horyzontalny układ współrzędnych

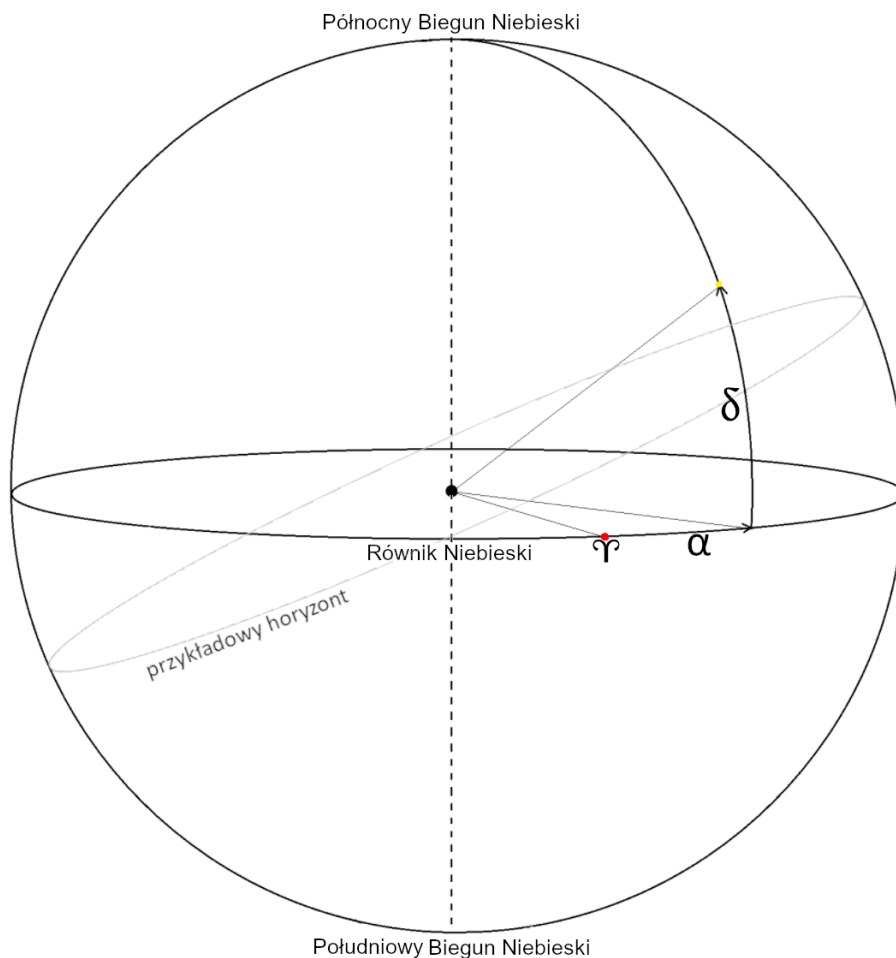
3.1 Własności układu

- Horyzont — najdłuższy równoleżnik układu — linia styku ziemi i nieba.
- Zenit to najwyższy punkt na niebie, znajdujący się bezpośrednio nad obserwatorem. Punkt przeciwny zenitowi to nadir, który znajduje się bezpośrednio pod obserwatorem.
- Wysokość (h) to kąt pomiędzy horyzontem a obserwowanym obiektem, zatem $h = 0^\circ$ dla obiektu na horyzoncie i $h = 90^\circ$ dla obiektu w zenicie. Zakres wysokości to $0^\circ - 90^\circ$. Obiekty o ujemnej wysokości znajdują się pod horyzontem.
- Azymut (A) to kąt pomiędzy południem geograficznym a południkiem, na którym znajduje się obiekt. Azymut przyjmuje wartości $0^\circ - 360^\circ$.
- Odległość zenitalna - kąt pomiędzy obserwowanym obiektem a zenitem.
- Współrzędne układu horyzontalnego są zależne od położenia obserwatora, co oznacza, że gwiazda o danych współrzędnych mierzonych z Warszawy (52°N , 21°E) nie będzie miała takich samych współrzędnych mierzonych z Buenos Aires (34°S , 58°E).
- Współrzędne układu są zmienne wraz z czasem, co oznacza, że obiekt obserwowany o danej godzinie chwilę później będzie miał inne współrzędne. Jest to oczywiście spowodowane ruchem obrotowym Ziemi.

4 Układ współrzędnych równikowych równonocnych

Układ równikowy równonocny, tak jak horyzontalny, jest podobny do układu geograficznego. Układ równikowy ma ogromną przewagę nad układem horyzontalnym – współrzędne obserwowanych obiektów są niezmiennie w czasie i są takie same dla każdego miejsca na Ziemi. Zastosowanie układu równikowego w obserwacjach jest trudniejsze niż horyzontalnego. Gdyby Kasia chciała znaleźć współrzędne jasnego obiektu we współrzędnych równikowych, potrzebowałaby bardziej zaawansowanego montażu teleskopu* i nie wystarczyłby sam kompas.

Na poniższym rysunku zaznaczono przykładowy horyzont dla obserwatora w pewnym miejscu na Ziemi. Horyzont nie jest elementem układu i został umieszczony na rysunku, żeby pokazać, że może on być nachylony pod dowolnym kątem (zależnym od miejsca na Ziemi) do równika niebieskiego.



Autor: Kacper Gajda

Rysunek 3: Układ współrzędnych równikowych równonocnych

4.1 Własności układu

- Najdłuższym równoleżnikiem jest równik niebieski, znajdujący się bezpośrednio nad równikiem ziemskim. Oznacza to, że stojąc na równiku ziemskim, podnosząc głowę bezpośrednio nad siebie, patrzy się na równik niebieski.
- Bieguny układu odpowiadają biegunom ziemskim i znajdują się w osi obrotu Ziemi. Oznacza to, że znajdując się na biegunie północnym, patrząc bezpośrednio nad siebie patrzy się na północny

* Po więcej informacji patrz: Dodatek - montaż paralaktyczny.

biegun niebieski i analogicznie nad biegunem południowym - południowy biegun niebieski.

- Punkt barana (Υ) to punkt na niebie, w którym znajduje się Słońce w dniu równonocy wiosennej.
- Rektascensja (α^*) to kąt pomiędzy punktem barana (Υ) a równoleżnikiem, na którym znajduje się obiekt, liczony (z perspektywy obserwatora) przeciwnie do ruchu wskazówek zegara. Może być liczona w stopniach, ale najczęściej jest liczona w godzinach, minutach i sekundach. Wynika to z tego, że rektascensja jest bezpośrednio powiązana z ruchem obrotowym Ziemi. Sfera niebieska co około minutę przesuwa się o minutę rektascensji. Przedstawiona sytuacja odpowiada tej na niebie, np. górowanie gwiazdy^{**} następuje co 23 godziny 56 minut i 4 sekundy^{***}. Zakres rektascensji to 0 - 24^h ($0^\circ - 360^\circ$).

UWAGA: minuta rektascensji nie odpowiada jednej minucie katowej, są to dwie całkowicie różne jednostki. Ponieważ sfera niebieska obraca się o 360° w ciągu niemal 24h, to: $\frac{360}{24} = 15$, a stąd:

$$1^h = 15^\circ, 1^m = 15' \quad 1^s = 15''$$

- Deklinacja (δ^{****}) to kąt pomiędzy równikiem niebieskim a obiektem. Zakres to od -90° do 90° . Gdy obiekt ma ujemną deklinację, znajduje się na południe od równika niebieskiego.

5 Zadania

1. Wyjaśnij własnymi słowami pojęcia:

- sferyczny układ współrzędnych
- wysokość nad horyzontem i azymut
- rektascensja, deklinacja
- zenit, nadir
- równik niebieski
- bieguny niebieskie
- punkt barana

2. Znajdź w internecie i wypisz współrzędne (w układach równikowym i horyzontalnym) poniższych obiektów (dla miejscowości, w której mieszkasz, w południe, w dniu równonocy wiosennej - 20.03.2026). Możesz skorzystać ze stellarium.org.^{*****}

- Wega (α Lyr)
- Gwiazda Polarna (Polaris)
- Słońce
- Arktur (α Boo)
- Wielki Obłok Magellana (LMC)

* alfa

** Osiągnięcie przez gwiazdę najwyższej wysokości w trakcie doby

*** Tyle zajmuje Ziemi pełen obrót wokół własnej osi.

**** delta

***** Na końcu dokumentu znajduje się kod QR.

6 Dodatek - montaż paralaktyczny

Aby łatwo znaleźć współrzędne równikowe obiektu, można skorzystać z paralaktycznego montażu teleskopu.



Autor: Krzysztof Ulaczyk

Rysunek 4: Montaż paralaktyczny

Jest to montaż, którego osie poruszają się w dwóch płaszczyznach: koło rektascensji w tej samej płaszczyźnie, co równik, koło deklinacji w tej samej płaszczyźnie, co oś obrotu Ziemi, prostopadłej do równika niebieskiego. Montaż ustawia się tak, żeby jego główca (zaznaczona białą strzałką) wskazywała na północny biegun niebieski (okolice Gwiazdy Polarnej). Jest to niezbędne do prawidłowej pracy na tym montażu, ponieważ sfera niebieska obraca się wokół bieguna. Do montażu dołącza się także silnik, który obraca kołem rektascensji, co umożliwia śledzenie obiektów i robienie im zdjęć.

Rozważyć można teraz sytuację Kasi. Jasny obiekt pojawia się na niebie nad płaską polaną. Kasia kieruje na niego swój teleskop i z osi rektascensji (koła godzinowego) i deklinacji (koła deklinacji) odczytuje odpowiednie wartości.

7 Źródła

- Ministerstwo Edukacji i Nauki. Odnajdywanie na mapie obiektów geograficznych . Zintegrowana Platforma Edukacyjna.URL: <https://zpe.gov.pl/a/przeczytaj/DNDXQ2HzS>

- Karttunen, H., Kröger, P., Oja, H., Poutanen, M., Donner, K. J. (2020). *Astronomia ogólna*. PWN.
- Lidia Lappo; *Astronomia Sferyczna 1: Sferyczne Układy Współrzędnych*; Astronet.pl; URL: <https://astronet.pl/autorskie/oa/astronomia-sferyczna-1-sferyczne-uklady-wspolrzednych/>



Rysunek 5: Stellarium.org