

III prawo Keplera

Łukasz Parda

Astroclass

Streszczenie

Johannes Kepler, jeszcze jako student teologii, zapoznał się z teorią heliocentryczną Mikołaja Kopernika, co wzbudziło w nim fascynację ruchami ciał niebieskich. Niedługo później rozpoczął naukę astronomii pod okiem Tychona Brahe, co umożliwiło mu samodzielne obserwacje ruchów planet. Po śmierci swojego mentora, Kepler odziedziczył szczegółowe notatki z obserwacji planet, które stały się kluczowe dla jego dalszych badań. Po długotrwałej analizie tych danych sformułował cztery prawa, znane dziś jako prawa Keplera. Trzecie z nich, którym zajmujemy się dzisiaj, wiąże promień orbity (lub jej półś wielką) z okresem obiegu planety wokół Słońca.

Spis treści

1	III prawo Keplera	1
1.1	Wzór	1
1.2	Wy tłumaczenie	2
1.3	Wnioski	2
2	Zastosowania	2
2.1	Planety i mniejsze ciała niebieskie	2
2.2	Szybkie obliczanie	3
3	Dodatkowe źródła	3

1 III prawo Keplera

1.1 Wzór

III prawo Keplera, którego używamy współcześnie, wygląda tak:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M + m)}{4\pi^2} \quad (1)$$

gdzie:

- a – półś wielka orbity (promień orbity w przypadku orbity kołowej),
- P – okres obiegu planety wokół Słońca,
- G – stała grawitacyjna - stała, która mówi nam o tym, jak silnie ciała przyciągają się między sobą z powodu grawitacji,
- M – masa Słońca,
- m – masa planety.

Jednak historycznie Johannes Kepler zapisywał III prawo jako:

$$\frac{a_1^3}{P_1^2} = \frac{a_2^3}{P_2^2} \quad (2)$$

gdzie:

- a_1 i a_2 – półosie wielkie orbit,
- P_1 i P_2 – okresy orbit.

1.2 Wytlumaczenie

Oba powyższe wzory są prawdziwe, jednak pierwszy jest ogólny i można go zastosować do każdego obiektu i każdej orbity, podczas gdy druga zależność działa tylko wtedy, gdy ciało 1 i ciało 2 orbitują wokół jednego obiektu (np. Słońca), który jest od nich znacznie cięższy.

1.3 Wnioski

Patrząc na wzór możemy wyciągnąć następujące wnioski:

- Okres obiegu rośnie wraz ze wzrostem długości półosi wielkiej orbity.
- Mniejsza masa centralnego ciała skutkuje dłuższym okresem obiegu - jednak należy zauważyć, że:
 - w typowych warunkach promień orbity jest niezależny od masy ciała na orbicie,
 - wpływ masy na okres wynika z dynamiki układu, a nie bezpośrednio z geometrii orbity.
- Okres obiegu nie zależy od masy ciała, które porusza się po orbicie (dla $m \ll M$).

2 Zastosowania

III prawo Keplera jest dla nas, astronomów, podstawowym narzędziem i musimy je bardzo dobrze opanować.

2.1 Planety i mniejsze ciała niebieskie

Historycznie prawa Keplera zostały opracowane na podstawie obserwacji planet Układu Słonecznego oraz księżyców Jowisza, czyli małych i lekkich obiektów. Ta cecha pozwala na bardzo wygodne przybliżenie: możemy pominąć małą masę m w III prawie Keplera. Dzieje się tak dlatego, że masa np. Ziemi jest w przybliżeniu 10 milionów razy mniejsza od masy Słońca, czyli ciała, wokół którego orbitujemy.

$$1 \approx 1 - \frac{1}{10^7} \quad (3)$$

Kolejną przydatną zależnością jest to, że gdy operujemy na mniej masywnych ciałach względem ciała centralnego (np. planeta i gwiazda), możemy zastosować drugi wzór, który został przedstawiony powyżej. Czyli jeśli szukamy np. okresu planety Y, znając półoś jej orbity, możemy go wyliczyć z tej zależności:

$$\frac{a_Z^3}{P_Z^2} = \frac{a_Y^3}{P_Y^2} \quad (4)$$

gdzie:

- P_Z i a_Z – okres i półoś wielka orbity Ziemi,
- P_Y i a_Y – okres i półoś wielka orbity planety Y.

2.2 Szybkie obliczanie

Wiemy, że znając okres orbity eliptycznej, możemy znaleźć jej póló wielką. Działa to również dla orbit kołowych, ponieważ okrąg jest również elipsą o mimośrodku równym 0. Dlatego jeśli np. potrzebujemy szybko obliczyć okres satelity lub księżyca na orbicie kołowej, najszybciej jest skorzystać z III prawa Keplera, zamiast liczyć długość obwodu orbity i prędkość orbitalną.

3 Dodatkowe źródła

- Astronet, Mechanika nieba 3: Prawa Keplera,
link: <https://astronet.pl/autorskie/oa/mechanika-nieba-3-prawa-keplera/>
- ZERUA, symulator orbitalny,
link: <https://www.zerua.space/>