

# Wzór Pogsona

Łukasz Parda

*Astroclass*

## Streszczenie

Od starożytności astronomowie klasyfikowali gwiazdy pod względem jasności empirycznej. Już w II w. p.n.e. Hipparch z Nikei wprowadził sześciostopniową skalę jasności, w której gwiazdy o wielkości gwiazdowej **1** były najjaśniejsze (np. Altair, Wega), a te o wielkości **6** były ledwo widoczne gołym okiem. W kolejnych wiekach wraz z rozwojem optyki dodawano kolejne stopnie - 7, 8, 9 - ale z czasem skala ta okazała się niewystarczająca. Już w XIX w. Norman Pogson opracował znany dziś **wzór Pogsona**, który precyzyjnie wiąże jasność gwiazd z natężeniem światła, czyli ilością światła, które dociera do Ziemi.

Jednostką tej skali jest **magnitudo** (z gr. wielkość).

## Spis treści

|          |                                          |          |
|----------|------------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Wyprowadzenie Wzoru Pogsona</b>       | <b>1</b> |
| 1.1      | Założenia . . . . .                      | 1        |
| 1.2      | Wyprowadzenie wzoru . . . . .            | 2        |
| <b>2</b> | <b>Natężenie światła</b>                 | <b>2</b> |
| <b>3</b> | <b>Częste zastosowania wzoru Pogsona</b> | <b>3</b> |
| 3.1      | Jasność absolutna . . . . .              | 3        |
| 3.1.1    | Jednostki . . . . .                      | 4        |
| <b>4</b> | <b>Dodatkowe źródła</b>                  | <b>4</b> |
| <b>5</b> | <b>Zadania</b>                           | <b>5</b> |

## 1 Wyprowadzenie Wzoru Pogsona

Norman Pogson zaproponował **logarytmiczną skalę** jasności gwiazd, co oznacza, że jasność obserwowana nie rośnie wprost proporcjonalnie, tylko rośnie o tyle, o ile razy zwiększa się ilość światła.

### 1.1 Założenia

Pogson, na podstawie zależności, które zaobserwował, znalazł wzór, który w rzeczywisty sposób wiąże jasność obserwowaną i ilość dostarczanego światła. Założenia te przedstawiono poniżej:

- $m$  - jasność podana w magnitudo
- $I$  - natężenie światła - To ilość światła padającego na jednostkę powierzchni. Jego jednostką jest  $\frac{W}{m^2}$ . Przykładowo, natężenie światła Słońca padającego na Ziemię, zwane stałą słoneczną  $C$ , wynosi około  $1360 \frac{W}{m^2}$ .

1. Pary gwiazd o równej różnicy jasności mają równe stosunki natężeń:

$$m_1 - m_2 = m_3 - m_4 \longleftrightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{I_3}{I_4}$$

2. Gwiazdy o różnicy jasności 5 mają iloraz natężeń równy 100:

$$m_1 - m_2 = 5 \longleftrightarrow \frac{I_2}{I_1} = 100$$

3. Wega ma jasność 0

## 1.2 Wyprowadzenie wzoru

Drugie założenie można zapisać w użyteczniejszej formie:

$$m_1 - m_2 = 5 \longleftrightarrow \log_{10} \left( \frac{I_2}{I_1} \right) = 2$$

Aby powiązać natężenie  $I$  z jasnością  $m$ , wyznaczono współczynnik  $k$  stojący przy logarytmie:

$$k = \frac{5}{2} = 2,5$$

Po podstawieniu do wzoru:

$$m_1 - m_2 = k \cdot \log_{10} \left( \frac{I_2}{I_1} \right)$$

Wygodniejsza postać wzoru, z odwróconym ilorazem w logarytmie:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log_{10} \left( \frac{I_1}{I_2} \right)$$

Tak powstał znany **wzór Pogsona**, który wiąże natężenie z jasnością.

## 2 Natężenie światła

W tej sekcji opisano, jak obliczać natężenie światła oraz jego zależność od odległości i mocy źródła (np. gwiazdy).

Natężenie światła to stosunek mocy źródła  $L$ , czyli całej energii emitowanej przez jednostkę czasu, do pola powierzchni  $S$ , na którą pada światło:

$$I = \frac{L}{S}$$

W najczęstszym przypadku będzie to pole sfery o promieniu równym odległości od obserwatora do źródła:

$$S_{\text{sfery}} = 4\pi r^2$$

Jest tak dlatego, że w dobrym przybliżeniu źródło świeci w każdą stronę tak samo mocno, czyli całe światło, jakie wychodzi z tej gwiazdy, jest równomiernie rozłożone na sferze.

### 3 Częste zastosowania wzoru Pogsona

#### 3.1 Jasność absolutna

**Jasność absolutna** ( $M$ ) to jasność, jaką miałyby gwiazda, gdyby znajdowała się w odległości 10 parseków od obserwatora. Równanie umożliwiające obliczenie jasności absolutnej ma postać:

$$M = m - 5 \log_{10}(d) + 5,$$

gdzie:

- $m$  - jasność obserwowana (w magnitudo),
- $M$  - jasność absolutna (w magnitudo),
- $r$  - odległość do gwiazdy (w parsekach).

Wzór możemy wyprowadzić, zauważając, że obie jasności - absolutna i obserwowana - są emitowane z jednej gwiazdy, co oznacza, że moc w obu przypadkach jest równa i można ją skrócić wewnątrz logarytmu.

Na początku zapisujemy wzór Pogsona z rozpisanymi natężeniami  $I$ :

$$m - M = -2.5 \log_{10} \left( \frac{I_m}{I_M} \right)$$

$$m - M = -2.5 \log_{10} \left( \frac{\frac{L}{4\pi d^2}}{\frac{L}{4\pi (10 \text{ pc})^2}} \right)$$

Dalej skracamy ( $4\pi, L$ ):

$$m - M = -2.5 \log_{10} \left( \left( \frac{10 \text{ pc}}{d} \right)^2 \right)$$

Następnie odwracamy logarytm i usuwamy potęgę z logarytmu:

$$m - M = -2.5 \log_{10} \left( \left( \frac{r}{10 \text{ pc}} \right)^2 \right)$$

$$m - M = 2 \cdot 2.5 \log_{10} \left( \frac{r}{10 \text{ pc}} \right)$$

Korzystamy z następującej własności logarytmu:

$$\log_{10} \left( \frac{a}{b} \right) = \log_{10}(a) - \log_{10}(b)$$

$$m - M = 2 \cdot 2.5 (\log_{10}(d) - \log_{10 \text{ pc}}(10))$$

Podstawiamy wartość logarytmu ( $\log_{10} 10 = 1$ ):

$$m - M = 2 \cdot 2.5 (\log_{10}(d) - 1 \text{ pc})$$

i po wymnożeniu otrzymujemy:

$$m - M = 5 \log_{10}(r) - 5 \text{ pc}$$

$$M = m - 5 \log_{10}(r) + 5 \text{ pc}$$

### 3.1.1 Jednostki

Jasność wyrażamy w magnitudo, a odległość w takich samych jednostkach dla obu wielkości, czyli np. 100 au i 1000 au albo 10 pc i 20 pc.

## 4 Dodatkowe źródła

- Astronet, Przygotowania do olimpiady astronomicznej, Wielkości gwiazdowe:  
<https://astronet.pl/autorskie/oa/fotometria-4-wielkosci-gwiazdowe-wzor-pogsona/>

## 5 Zadania

*Zadania są ułożone od najłatwiejszego do najtrudniejszego, a do wszystkich zadań będzie przydatny kalkulator naukowy (fizyczny lub w telefonie np. CalcES)*

**Zadanie 1:** Jasność obserwowana Betelgezy wynosi 0,5 magnitudo, a ona jest oddalona od Ziemi o  $6 \cdot 10^{18}$  m. Oblicz:

- a) Natężenie światła na Ziemi pochodzącego od Betelgezy
- b) Moc Betelgezy
- c) Jasność absolutną Betelgezy

**Zadanie 2:** Sprawdź, czy gwiazda oddalona o 177 parseków, o mocy Słońca, byłaby widoczna gołym okiem w bezchmurną noc.

*Wskazówka: Człowiek widzi gwiazdy do 6 magnitudo*

**Zadanie 3:** 4,38 lat świetlnych od Ziemi znajduje się Alpha Centauri A. Jej moc jest bardzo podobna do mocy słońca. Oblicz jej jasność obserwowaną.